

PRACTICA

Números reales

- 1 ■■■ a) ¿Cuáles de los siguientes números no pueden expresarse como cociente de dos números enteros?

$$-2; 1,7; \sqrt{3}; 4,2; -3,75; 3\pi; -2\sqrt{5}$$

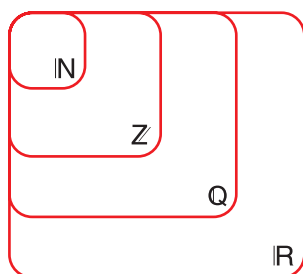
- b) Expresa como fracción aquellos que sea posible.
c) ¿Cuáles son racionales?

- 2 ■■■ a) Clasifica en racionales o irracionales los siguientes números:

$$\frac{\sqrt{3}}{2}; 0,8\overline{7}; -\sqrt{4}; -\frac{7}{3}; \frac{1}{\sqrt{2}}; 2\pi$$

- b) Ordénalos de menor a mayor.
c) ¿Cuáles son números reales?

- 3 ■■■ Sitúa los siguientes números en el diagrama adjunto:



$$1; 7,2\overline{3}; 1 - \sqrt{2}; 3,5$$

$$\frac{11}{9}; \sqrt{\frac{1}{4}}; \sqrt{6}; \frac{\pi}{4}; -104$$

- 4** ■■■ Indica a cuáles de los conjuntos \mathbb{N} , \mathbb{Z} , \mathbb{Q} , \mathbb{R} pertenece cada uno de los siguientes números:

$$-\frac{5}{4}; -3; \frac{13}{6}; \sqrt{5}; \sqrt{16}; 152; \frac{1 + \sqrt{3}}{2}$$

Intervalos y semirrectas

- 5** ■■■ Representa en la recta real cada uno de los siguientes intervalos y semirrectas:

$$\begin{aligned} A &= [-2, 4] & B &= (1, 6) & C &= [-7, -3) \\ D &= (0, 5] & E &= (-\infty, 1] & F &= (-1, +\infty) \end{aligned}$$

- 6** ■■■ Escribe en forma de intervalo o semirrecta y representa en la recta real los números que cumplen la desigualdad indicada en cada caso:

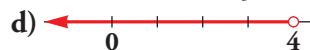
a) $-3 \leq x \leq 2$

b) $-1 < x < 5$

c) $0 < x \leq 7$

d) $x > -5$

7 ■■■ Expresa como intervalo o semirrecta y como una desigualdad cada uno de los conjuntos de números representados.



8 ■■■ Representa en una misma recta las semirrectas:

$$A = (-\infty, 2] \text{ y } B = [-2, +\infty)$$

¿Cuáles son los números que pertenecen a A y a B ($A \cap B$)? Exprésalo como un intervalo.

9 ■■■ Resuelto en el libro de texto.

10 ■■■ Representa en la recta real:

a) $(-\infty, -3) \cup (1, +\infty)$

b) $(-\infty, 0] \cup [2, +\infty)$

Números aproximados. Notación científica

11 ■■■ Da una cota del error absoluto y una cota del error relativo de cada una de las aproximaciones siguientes sobre los presupuestos de algunos equipos deportivos:

a) 128 mil euros

b) 25 millones de euros

c) 648 500 €

d) 3 200 €

12 ■■■ Expresa con un número razonable de cifras significativas y da una cota del error absoluto y otra del error relativo de la aproximación que des.

- a) Oyentes de un programa de radio: 843 754
- b) Precio de un coche: 28 782 €
- c) Tiempo que tarda la luz en recorrer una distancia: 0,0375 segundos.
- d) Gastos de un ayuntamiento: 48 759 450 €

13 ■■■ Escribe en notación científica.

- a) 752 000 000
- b) 0,0000512
- c) 0,000007
- d) 15 000 000 000

14 ■■■ Expresa en notación científica.

- a) $32 \cdot 10^5$
- b) $75 \cdot 10^{-4}$
- c) $843 \cdot 10^7$
- d) $458 \cdot 10^{-7}$
- e) $0,03 \cdot 10^6$
- f) $0,0025 \cdot 10^{-5}$

15 ■■■ Da una cota del error absoluto de cada una de las siguientes aproximaciones y compara sus errores relativos.

- a) $8 \cdot 10^5$
- b) $5,23 \cdot 10^6$
- c) $1,372 \cdot 10^7$
- d) $2,5 \cdot 10^{-4}$
- e) $1,7 \cdot 10^{-6}$
- f) $4 \cdot 10^{-5}$

16 ■■■ Calcula mentalmente.

a) $(1,5 \cdot 10^7) \cdot (2 \cdot 10^5)$

b) $(3 \cdot 10^6) : (2 \cdot 10^{11})$

c) $(4 \cdot 10^{-7}) : (2 \cdot 10^{-12})$

d) $\sqrt{4 \cdot 10^8}$

17 ■■■ Calcula con lápiz y papel, expresa el resultado en notación científica y compruébalo con la calculadora.

a) $(3,5 \cdot 10^7) \cdot (4 \cdot 10^8)$

b) $(5 \cdot 10^{-8}) \cdot (2,5 \cdot 10^5)$

c) $(1,2 \cdot 10^7) : (5 \cdot 10^{-6})$

d) $(6 \cdot 10^{-7})^2$

18 ■■■ Efectúa a mano utilizando la notación científica y comprueba después con la calculadora.

a) $5,3 \cdot 10^{12} - 3 \cdot 10^{11}$

b) $3 \cdot 10^{-5} + 8,2 \cdot 10^{-6}$

c) $6 \cdot 10^{-9} - 5 \cdot 10^{-8}$

d) $7,2 \cdot 10^8 + 1,5 \cdot 10^{10}$

19 ■■■ Expresa el resultado de las siguientes operaciones en notación científica con 3 cifras significativas como máximo:

a) $(2,8 \cdot 10^{-5}) : (6,2 \cdot 10^{-12})$

b) $(7,2 \cdot 10^{-6})^3 : (5,3 \cdot 10^{-9})$

c) $7,86 \cdot 10^5 - 1,4 \cdot 10^6 + 5,2 \cdot 10^4$

d) $(3 \cdot 10^{-10} + 7 \cdot 10^{-9}) : (7 \cdot 10^6 - 5 \cdot 10^5)$

Potencias y raíces

20 ■■■ Expresa en forma exponencial.

a) $\sqrt[5]{x^2}$

b) $\sqrt{2}$

c) $\sqrt[3]{10^6}$

d) $\sqrt[4]{20^2}$

e) $\sqrt[5]{(-3)^3}$

f) $\sqrt[4]{a}$

g) $(\sqrt[5]{x^{-2}})^3$

h) $\sqrt[15]{a^5}$

21 ■■■ Pon en forma de raíz.

a) $5^{1/2}$

b) $(-3)^{2/3}$

c) $\left(\frac{4}{3}\right)^{1/3}$

d) $(a^3)^{1/4}$

e) $(a^{1/2})^{1/3}$

f) $(a^{-1})^{3/5}$

22 ■■■ Obtén con la calculadora.

a) $\sqrt[3]{-127}$

b) $\sqrt[5]{0,2^{-3}}$

c) $\sqrt[4]{\left(\frac{13}{9}\right)^3}$

d) $12^{-2/3}$

e) $\sqrt[6]{3^{-5}}$

f) $\sqrt[5]{(-3)^{-2}}$

23 ■■■ Resuelto en el libro de texto.

24 ■■■ Expresa como potencia única.

a) $\sqrt{2} \sqrt[3]{4}$

b) $3 \sqrt[3]{9}$

c) $\sqrt[3]{25} : \sqrt{5}$

d) $\sqrt{a} \cdot \sqrt[5]{a^2}$

e) $\sqrt[5]{\sqrt{a}}$

f) $\sqrt[3]{m^2} : (m \cdot \sqrt{m})$

Radicales

25 ■■■ Simplifica.

a) $\sqrt[4]{3^2}$

b) $\sqrt[12]{a^8}$

c) $\sqrt[5]{a^{15}}$

d) $\sqrt[8]{a^2 b^4}$

e) $\sqrt[3]{\sqrt[4]{a^8}}$

f) $\sqrt[3]{a^6 b^9}$

26 ■■■ Multiplica y simplifica.

a) $\sqrt{2} \sqrt{3} \sqrt{6}$

b) $\sqrt[3]{a} \sqrt[3]{a^4} \sqrt[3]{a}$

c) $\sqrt[6]{a} \cdot \sqrt[6]{a}$

27 ■■■ Extrae del radical los factores que sea posible.

a) $\sqrt[3]{16a^3}$

b) $\sqrt[4]{81a^5b^3}$

c) $\sqrt{8a^5}$

d) $\sqrt[3]{\frac{24}{a^4}}$

e) $\sqrt{\frac{162}{75}}$

f) $\sqrt[5]{\frac{9}{32}}$

28 ■■■ Reduce a índice común y ordena de menor a mayor los radicales siguientes:

$$\sqrt{7}, \sqrt[3]{30}, \sqrt[4]{40}, \sqrt[6]{81}$$

29 ■■■ Introduce dentro de la raíz y simplifica.

a) $5\sqrt{\frac{3}{5}}$

b) $\frac{\sqrt{18}}{3}$

c) $2\sqrt[3]{\frac{7}{4}}$

d) $2\sqrt[4]{\frac{5}{12}}$

e) $\frac{1}{2}\sqrt{12}$

f) $\frac{2}{3}\sqrt[3]{\frac{9}{4}}$

30 ■■■ Divide y simplifica.

$$\text{a) } \sqrt{7} : \sqrt{\frac{21}{5}}$$

$$\text{b) } \sqrt[4]{\frac{3}{5}} : \sqrt[4]{\frac{5}{3}}$$

$$\text{c) } \sqrt[3]{\frac{5}{6}} : \sqrt[3]{\frac{45}{2}}$$

31 ■■■ Reduce a índice común y efectúa.

$$\text{a) } \sqrt[5]{6} \cdot \sqrt{3}$$

$$\text{b) } \sqrt[3]{4} : \sqrt{2}$$

$$\text{c) } \sqrt[6]{20} : \sqrt[4]{10}$$

$$\text{d) } (\sqrt{2} \cdot \sqrt[3]{3}) : (\sqrt[3]{2} \cdot \sqrt{3})$$

32 ■■■ Resuelto en el libro de texto.

33 ■■■ Efectúa.

$$\text{a) } \sqrt{48} - \sqrt{12} + \sqrt{3}$$

$$\text{b) } \sqrt[3]{81} - \sqrt[3]{24}$$

$$\text{c) } \sqrt{28} - \sqrt{7} + \sqrt{63}$$

$$\text{d) } \sqrt[3]{54} + \sqrt[3]{2}$$

$$\text{e) } \sqrt{108} - 2\sqrt{12} - \sqrt{28} + \sqrt{7/4}$$

34 ■■■ Efectúa.

a) $(2 + \sqrt{3})(2 - \sqrt{3})$

b) $(3\sqrt{2} + 2)^2$

c) $(\sqrt{5} - 2\sqrt{3})(\sqrt{5} + 2\sqrt{3})$

d) $(2\sqrt{5} - \sqrt{3})^2$

35 ■■■ Racionaliza y simplifica.

a) $\frac{3}{\sqrt{3}}$

b) $\frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{2}}$

c) $\frac{3}{\sqrt{15}}$

d) $\frac{4}{\sqrt{12}}$

e) $\frac{3}{2\sqrt{6}}$

f) $\frac{2}{\sqrt[3]{5}}$

36 ■■■ Racionaliza y simplifica si es posible.

a) $\frac{1 + \sqrt{6}}{2\sqrt{3}}$

b) $\frac{3}{1 + \sqrt{3}}$

c) $\frac{14}{3 - \sqrt{2}}$

d) $\frac{1 + \sqrt{2}}{1 - \sqrt{2}}$

e) $\frac{11}{2\sqrt{5} + 3}$

f) $\frac{\sqrt{2}}{2\sqrt{2} - 3}$

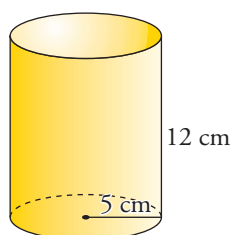
g) $\frac{10}{2\sqrt{3} - \sqrt{2}}$

h) $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2} + \sqrt{3}}$

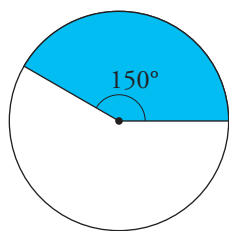
i) $\frac{\sqrt{5} - \sqrt{3}}{\sqrt{5} + \sqrt{3}}$

PIENSA Y RESUELVE

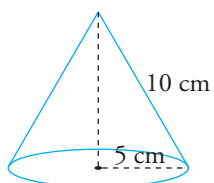
- 37** ■■■ Halla el área total y el volumen de un cilindro de 5 cm de radio y 12 cm de altura. Da su valor exacto en función de π .



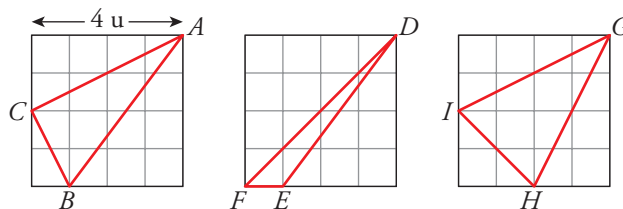
- 38** ■■■ En un círculo cuya circunferencia mide 30π m, cortamos un sector circular de 150° de amplitud. Halla el área de ese sector dando su valor exacto en función de π .



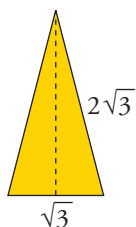
- 39** ■■■ Calcula el área total y el volumen de un cono de 5 cm de radio y 10 cm de generatriz. Da el valor exacto.



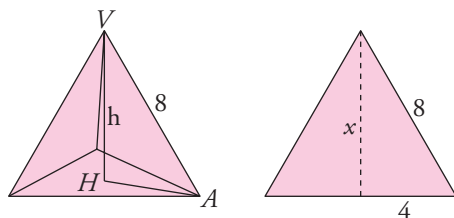
- 40** ■■■ Calcula el perímetro de los triángulos ABC , DEF y GHI . Expresa el resultado con radicales.



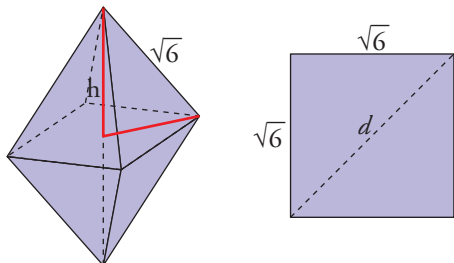
- 41** ■■■ Halla el área de un triángulo isósceles en el que los lados iguales miden el doble de la base cuya longitud es $\sqrt{3}$ cm. Expresa el resultado con radicales.



- 42** ■■■ Calcula la altura de un tetraedro regular de 8 cm de arista. Da su valor exacto.



- 43** ■■■ Calcula el volumen de un octaedro regular cuya arista mide $\sqrt{6}$ cm. Da su valor exacto.



- 44** ■■■ Averigua para qué valores de x se pueden calcular las siguientes raíces:

a) $\sqrt{x-7}$ b) $\sqrt{5-x}$ c) $\sqrt{-x}$ d) $\sqrt{x^2+1}$

- 45** ■■■ Comprueba que los números $3 + \sqrt{2}$ y $3 - \sqrt{2}$ son soluciones de la ecuación $x^2 - 6x + 7 = 0$.

- 46** ■■■ ¿Cuál de los números $1 - \sqrt{3}$ o $\frac{1 + \sqrt{3}}{2}$ es solución de la ecuación $2x^2 - 2x - 1 = 0$?

47 ■■■ Halla el valor exacto de las siguientes expresiones en el caso en que

$$m = \frac{\sqrt{3}}{2}:$$

a) $\frac{(1 - 2m)^2}{2}$

b) $\sqrt{1 - m^2}$

c) $\frac{1 + m}{1 - m}$

48 ■■■ Calcula utilizando la notación científica. Expresa el resultado con tres cifras significativas y da una cota del error absoluto cometido en cada caso:

a) $(75\,800)^4 : (12\,000)^2$

b) $\frac{2\,700\,000 - 13\,000\,000}{0,00015 - 0,00003}$

c) $(0,0073)^{-2} \cdot (0,0003)^{-3}$

d) $(4,5 \cdot 10^{12}) : (0,000837)$

49 ■■■ Simplifica las expresiones siguientes:

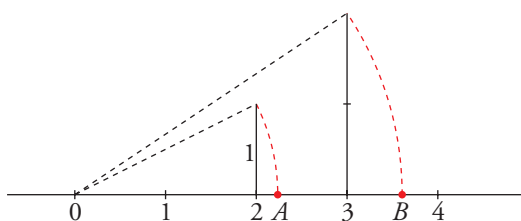
a) $\frac{(\sqrt{3} + 1)^2}{\sqrt{3} - 1} + \frac{(\sqrt{3} - 1)^2}{\sqrt{3} + 1}$

b) $\left(\frac{\sqrt{6} - \sqrt{3}}{\sqrt{6} + \sqrt{3}}\right) (3 + 2\sqrt{2})$

c) $\frac{(\sqrt{5} + 1)^2}{\sqrt{5} - 1} - 3\sqrt{5}$

REFLEXIONA SOBRE LA TEORÍA

50 ■■■ ¿Qué números representan los puntos A y B ?



51 ■■■ Explica un procedimiento para construir un segmento que mida exactamente:

a) $\sqrt{8}$

b) $\sqrt{6}$

52 ■■■ ¿Cuáles de las siguientes raíces no existen?

$$\sqrt[3]{-20}; \sqrt[6]{2^{-3}}; \sqrt{-1}; \sqrt[5]{0,001}; \sqrt[4]{-81}$$

53 ■■■ ¿Cuántos números racionales hay entre $0,\widehat{7}$ y $0,\widehat{8}$? ¿Y cuántos irracionales? Pon ejemplos.

54 ■■■ ¿Cuáles son los números que pertenecen a $(-\infty, 3) \cup (3, +\infty)$?

55 ■■■ Escribe, en cada caso, un número racional y otro irracional comprendidos entre los dos que se dan:

a) $\sqrt{2}$ y 2

b) $1,\widehat{3}$ y $1,\widehat{4}$

c) $1,\widehat{23}$ y $1,\widehat{24}$

d) $\sqrt{2}$ y $\sqrt{3}$

56 ■■■ Escribe dos números racionales uno mayor y otro menor que $\sqrt{2}$ que se diferencien de él en menos de una milésima.

57 ■■■ ¿Cuáles de las siguientes ecuaciones de segundo grado tienen soluciones irracionales?

a) $x^2 - 2 = 0$

b) $9x^2 - 25 = 0$

c) $x^2 + 4 = 0$

d) $x^2 - 18 = 0$

e) $x^2 - 2x - 2 = 0$

f) $\sqrt{2}x^2 - 4\sqrt{2} = 0$

58 ■■■ Justifica que $\frac{\sqrt{18}}{3}$, $\frac{8}{\sqrt{32}}$, $\sqrt[4]{4}$ y $2^{1/2}$ representan el mismo número irracional.

¿Es posible que $\frac{3\sqrt{6} + 2\sqrt{2}}{3\sqrt{3} + 2}$ represente ese mismo número?

59 ■■■ ¿Cuáles de los siguientes números no están expresados en notación científica?

$$3,14 \cdot 10^{-17}; 1,32^{12}; 437 \cdot 10^7; 0,82 \cdot 10^3$$

PROFUNDIZA

60 ■■■ Ordena de menor a mayor en el caso $a \in (0, 1)$ y en el caso $a \in (1, +\infty)$.

$$\sqrt{a}; \frac{1}{a}; a^2; a$$

61 ■■■ Averigua para qué valores de x se pueden calcular las siguientes raíces:

a) $\sqrt{(x-3)(x+3)}$

b) $\sqrt{x(4-x)}$

c) $\sqrt{x^2 + x - 6}$

d) $\sqrt{(x+1)(x-5)}$

62 ■■■ Prueba que $\sqrt{2-\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{2}$.

63 ■■■ Justifica que $\sqrt[4]{\sqrt{x^2} \cdot \sqrt[3]{x^2}} = \sqrt[3]{x}$.